

3BIM - EDO & Modélisation

Mardi 29 janvier 2019 – Durée : 2 heures

Instructions

Ce formulaire sera analysé par lecture optique, je vous demande donc de respecter strictement les règles ci-dessous.

- Pour cocher une case, remplissez-la en noir (■) en utilisant un stylo à bille noir.
- Pour corriger, effacez la case avec du correcteur blanc ; ne la retracez pas.
- N'inscrivez rien dans l'en-tête ni dans les marges des pages.
- Le symbole ♣ indique que le nombre de bonnes réponses proposées est indéterminé (0, 1, 2, ...). Son absence signifie que la question a une unique bonne réponse.

Voici comment encoder une valeur numérique :

<input checked="" type="checkbox"/> 0 <input type="checkbox"/> 1 <input type="checkbox"/> 2 <input type="checkbox"/> 3 <input type="checkbox"/> 4 <input type="checkbox"/> 5 <input type="checkbox"/> 6 <input type="checkbox"/> 7 <input type="checkbox"/> 8 <input type="checkbox"/> 9 . <input type="checkbox"/> 0 <input type="checkbox"/> 1 <input type="checkbox"/> 2 <input type="checkbox"/> 3 <input type="checkbox"/> 4 <input checked="" type="checkbox"/> 5 <input type="checkbox"/> 6 <input type="checkbox"/> 7 <input type="checkbox"/> 8 <input type="checkbox"/> 9 <input checked="" type="checkbox"/> 0 <input type="checkbox"/> 1 <input type="checkbox"/> 2 <input type="checkbox"/> 3 <input type="checkbox"/> 4 <input type="checkbox"/> 5 <input type="checkbox"/> 6 <input type="checkbox"/> 7 <input type="checkbox"/> 8 <input type="checkbox"/> 9	← Coder ici la partie entière ← Coder ici la première décimale ← Coder ici la seconde décimale
---	--

Les questions à choix multiples sont à espérance nulle : réponse juste = 1 point ; pas de réponse ou réponses incohérentes = 0 point ; réponse fausse à une question avec n propositions = $-\frac{1}{n-1}$ points.

Vous pouvez vous munir d'une feuille A4 recto-verso manuscrite originale dont le contenu est à votre convenance, ainsi que de tout type de calculatrice **non connectée à un réseau de télécommunication**. L'usage du téléphone portable est strictement **interdit**.

Identité

Renseignez les champs ci-dessous et codez votre numéro d'étudiant ci-contre.

Nom et Prénom :

.....

Numéro d'étudiant :

.....

<input type="checkbox"/> 0							
<input type="checkbox"/> 1							
<input type="checkbox"/> 2							
<input type="checkbox"/> 3							
<input type="checkbox"/> 4							
<input type="checkbox"/> 5							
<input type="checkbox"/> 6							
<input type="checkbox"/> 7							
<input type="checkbox"/> 8							
<input type="checkbox"/> 9							

1 Questions de cours

Question 1 ♣ Soit $\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A}\mathbf{X}$ avec \mathbf{A} une matrice carrée de dimension 2 non diagonale telle que $\det(\mathbf{A}) \neq 0$. A quelle(s) condition(s) pourra-t-on dire que \mathbf{X}^* est un noeud dégénéré instable ?

- | | | |
|--|---|--|
| <input checked="" type="checkbox"/> $\det(\mathbf{A}) > 0$ | <input type="checkbox"/> $\Delta > 0$ | <input type="checkbox"/> $\det(\mathbf{A}) < 0$ |
| <input type="checkbox"/> $\text{tr}(\mathbf{A}) < 0$ | <input type="checkbox"/> $\Delta < 0$ | <input type="checkbox"/> $\det(\mathbf{A}) = 0$ |
| <input type="checkbox"/> $\text{tr}(\mathbf{A}) = 0$ | <input checked="" type="checkbox"/> $\text{tr}(\mathbf{A}) > 0$ | <input checked="" type="checkbox"/> $\Delta = 0$ |

CORRECTION

Question 2 ♣ Parmi les matrices suivantes, lesquelles sont sous forme de Jordan ?

$$\begin{array}{ccc} \square \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} & \blacksquare \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} & \square \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \\ \square \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} & \blacksquare \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} & \blacksquare \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} \end{array}$$

Question 3 Parmi les matrices suivantes, laquelle correspond à un point selle ?

$$\begin{array}{ccc} \square \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} & \square \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} & \blacksquare \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \\ \square \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} & \square \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} & \square \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \end{array}$$

Question 4 Quelle est la matrice canonique associée à une crête ?

$$\begin{array}{ccc} \square \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} & \blacksquare \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} & \square \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \\ \square \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} & \square \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} & \end{array}$$

Dans les deux questions suivantes, on considère le système dynamique suivant :

$$(S_1) \begin{cases} \dot{x} = x - xy \\ \dot{y} = -y + xy \end{cases}$$

Question 5 Laquelle des fonctions suivantes est une intégrale première pour (S_1) ?

$$\begin{array}{ll} \square H(x, y) = \ln x - \ln y - x + y & \square H(x, y) = \ln(xy) + xy \\ \blacksquare H(x, y) = \ln x + \ln y - x - y & \square H(x, y) = \ln(xy) - xy \end{array}$$

Question 6 Le domaine $D = \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+$ est-il positivement invariant pour (S_1) ?

$$\blacksquare \text{ oui} \qquad \square \text{ non}$$

Dans les 11 questions suivantes, on considère le système dynamique suivant :

$$(S_2) \begin{cases} \dot{x} = -y + x(\alpha - x^2 - y^2) \\ \dot{y} = x + y(\alpha - x^2 - y^2) \end{cases} \quad \text{avec } \alpha \in \mathbb{R}$$

Question 7 ♣ Parmi les relations suivantes, lesquelles sont fausses ?

$$\begin{array}{lll} \blacksquare x = r \sin \theta \text{ et } y = r \cos \theta & \square r^2 = x^2 + y^2 & \square x = r \cos \theta \text{ et } y = r \sin \theta \\ \blacksquare \tan \theta = \frac{x}{y} & \square \tan \theta = \frac{y}{x} & \blacksquare r^2 = x^2 - y^2 \end{array}$$

Question 8 L'équivalent de (S_2) en coordonnées polaires s'écrit :

$$\begin{array}{ll} \square \begin{cases} \dot{r} = r(\alpha - r^2) \\ \dot{\theta} = -1 \end{cases} & \square \begin{cases} \dot{r} = r(r^2 - \alpha) \\ \dot{\theta} = -1 \end{cases} \\ \square \begin{cases} \dot{r} = r(r^2 - \alpha) \\ \dot{\theta} = 1 \end{cases} & \blacksquare \begin{cases} \dot{r} = r(\alpha - r^2) \\ \dot{\theta} = 1 \end{cases} \end{array}$$

Question 9 Si $\alpha > 0$, (S_2) admet un cycle limite asymptotiquement stable ?

- Vrai Faux

Question 10 Si $\alpha < 0$, à quelle classe d'équivalence appartient $(0, 0)$ point d'équilibre de (S_2) ?

- Equilibre asymptotiquement stable Equilibre instable
 Point non hyperbolique Point selle

Question 11 Quelles sont les valeurs propres de la matrice jacobienne de (S_2) au point d'équilibre $(0, 0)$?

- $\lambda_{1,2} = 1 \pm i$ $\lambda_{1,2} = \alpha \pm \alpha i$
 $\lambda_{1,2} = 1 \pm \alpha i$ $\lambda_{1,2} = \alpha \pm i$

Question 12 Quelles conditions du théorème de Poincaré-Andronov-Hopf faut-il vérifier ?

- $\operatorname{Re}(\lambda_{1,2}) = \alpha \quad \frac{d\operatorname{Re}(\lambda_{1,2})}{d\alpha} = 1 \quad \operatorname{Im}(\lambda_{1,2}) = 1$
 $\operatorname{Re}(\lambda_{1,2}) = 1 \quad \frac{d\operatorname{Re}(\lambda_{1,2})}{d\alpha} = 0 \quad \operatorname{Im}(\lambda_{1,2}) = 1$
 $\operatorname{Re}(\lambda_{1,2}) = \alpha \quad \frac{d\operatorname{Re}(\lambda_{1,2})}{d\alpha} = 1 \quad \operatorname{Im}(\lambda_{1,2}) = \alpha$
 $\operatorname{Re}(\lambda_{1,2}) = 1 \quad \frac{d\operatorname{Re}(\lambda_{1,2})}{d\alpha} = \alpha \quad \operatorname{Im}(\lambda_{1,2}) = 1$

Question 13 Soit $V(x, y) = \frac{x^2 + y^2}{2}$.

Étudiez les variations de $V(x, y)$ le long des trajectoires de (S_2) lorsque $\alpha = 0$.

- $\dot{V} = -(x^2 + y^2)^2$ $\dot{V} = x^2 + y^2$
 $\dot{V} = (x^2 + y^2)^2$ $\dot{V} = -x^2 y^2$

Question 14 Cochez ce qui est vrai :

- $V(x, y)$ est une fonction de Lyapunov faible pour (S_2) lorsque $\alpha = 0$
 $V(x, y)$ n'est pas une fonction définie positive
 $V(x, y)$ est une fonction de Lyapunov forte pour (S_2) lorsque $\alpha = 0$

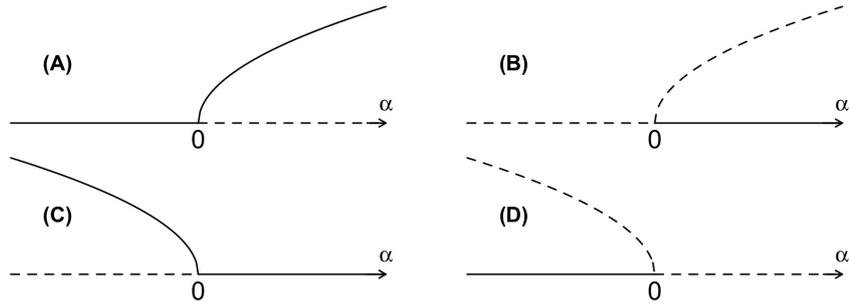
Question 15 Comment montrer que le point d'équilibre $(0, 0)$ de (S_2) lorsque $\alpha = 0$ est asymptotiquement stable ?

- Avec le théorème de Lyapunov pour fonctions fortes
 $(0, 0)$ n'est pas asymptotiquement stable
 Avec le théorème de Barbashin-Krasovskii-La Salle
 Avec le théorème de Četaev

Question 16 Quelle est la bifurcation présente dans (S_2) ?

- Une bifurcation de Hopf super-critique Une bifurcation de Hopf sous-critique
 Une bifurcation selle-noeud Une bifurcation de Hopf dégénérée

Question 17 Quel est le diagramme de bifurcation pour (S_2) ?



- (A) (D) (B) (C)

2 La dynamique de transmission de la malaria

La première tentative pour décrire de manière quantitative la dynamique de la transmission de la malaria est le modèle de Ross¹ qui est encore aujourd'hui à la base des études épidémiologiques sur la malaria. Ce modèle, qui traduit les interactions entre les proportions d'individus infectés dans la population hôte (les humains) et dans la population de vecteurs (les moustiques), est défini comme suit :

$$(S_3) \begin{cases} \frac{dx(t)}{dt} = \alpha y(t) (1 - x(t)) - rx(t) \\ \frac{dy(t)}{dt} = \beta x(t) (1 - y(t)) - \mu y(t) \end{cases}$$

avec $x(t)$ la proportion d'individus infectés dans la population humaine, $y(t)$ la proportion de moustiques infectés, α un coefficient qui traduit l'infection par la malaria parmi les humains, r le taux de guérison des humains, β un coefficient qui traduit l'infection des moustiques et μ le taux de mortalité des moustiques. Tous les paramètres sont strictement positifs.

Question 18 Que représente la quantité $1 - x(t)$?

- La proportion d'humains sains
 La proportion de moustiques infectés
 La proportion de moustiques sains
 La proportion d'humains infectés

Question 19 Que représente la quantité $\beta x(t) (1 - y(t))$?

- La proportion d'humains sains qui s'infectent suite à la piqûre d'un moustique infecté par unité de temps
 La proportion de moustiques qui meurent après avoir piquer un humain infecté par unité de temps
 La proportion d'humains infectés qui guérissent par unité de temps
 La proportion de moustiques sains qui s'infectent en piquant un humain infecté par unité de temps

Question 20 Parmi les propositions suivantes, laquelle correspond au point d'équilibre non trivial du système (S_3) ?

- $\left(x^* = \frac{\beta\alpha - \mu r}{\alpha(\beta + \mu)}, y^* = \frac{\beta\alpha - \mu r}{\beta(\alpha + r)} \right)$ $\left(x^* = \frac{\beta\alpha - \mu r}{\beta(\alpha + r)}, y^* = \frac{\beta\alpha - \mu r}{\alpha(\beta + \mu)} \right)$
 $\left(x^* = \frac{\beta(\alpha + r)}{\beta\alpha - \mu r}, y^* = \frac{\beta\alpha - \mu r}{\alpha(\beta + \mu)} \right)$ $\left(x^* = \frac{\beta\alpha - \mu r}{\beta(\alpha + r)}, y^* = \frac{\alpha(\beta + \mu)}{\beta\alpha - \mu r} \right)$

1. Ross R. 1915. Some *a priori* pathometric equations. *The British Medical Journal*. 1 :546-547.

CORRECTION

Question 21 Quelle contrainte doit-on imposer aux paramètres pour que le point d'équilibre non trivial ait du sens biologiquement ? On supposera dans toute la suite que cette contrainte est vérifiée.

- $\mu/\alpha > \beta/r$
 $\mu/\beta > r/\alpha$
 $\mu/\alpha < \beta/r$
 $\mu/\beta < r/\alpha$

Question 22 Parmi les propositions suivantes, laquelle correspond à la matrice jacobienne du système ?

- $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -\alpha y - r & \alpha(1-x) \\ \beta(1-y) & -\beta x - \mu \end{pmatrix}$
 $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -\beta x - \mu & \alpha(1-x) \\ \beta(1-y) & -\alpha y - r \end{pmatrix}$
 $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -\alpha y - r & \beta(1-y) \\ \alpha(1-x) & -\beta x - \mu \end{pmatrix}$
 $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -\beta x - \mu & \beta(1-y) \\ \alpha(1-x) & -\alpha y - r \end{pmatrix}$

Question 23 Parmi les propositions suivantes, laquelle correspond à la matrice jacobienne du système calculée au point d'équilibre $(0, 0)$?

- $\mathbf{A}_0 = \begin{pmatrix} -\mu & \alpha \\ \beta & -r \end{pmatrix}$
 $\mathbf{A}_0 = \begin{pmatrix} -\mu & \beta \\ \alpha & -r \end{pmatrix}$
 $\mathbf{A}_0 = \begin{pmatrix} -r & \beta \\ \alpha & -\mu \end{pmatrix}$
 $\mathbf{A}_0 = \begin{pmatrix} -r & \alpha \\ \beta & -\mu \end{pmatrix}$

Question 24 Quelle est la nature point d'équilibre $(0, 0)$?

- Foyer instable
 Point selle
 Nœud asymptotiquement stable
 Etoile instable
 Foyer asymptotiquement stable
 Nœud instable

Question 25 Parmi les propositions suivantes, laquelle correspond à la matrice jacobienne du système (S_3) calculée au point d'équilibre non trivial ?

- $\mathbf{A}^* = \begin{pmatrix} -\alpha \frac{y^*}{x^*} & r \frac{x^*}{y^*} \\ \mu \frac{y^*}{x^*} & -\beta \frac{x^*}{y^*} \end{pmatrix}$
 $\mathbf{A}^* = \begin{pmatrix} -\alpha \frac{y^*}{x^*} & \mu \frac{y^*}{x^*} \\ r \frac{x^*}{y^*} & -\beta \frac{x^*}{y^*} \end{pmatrix}$
 $\mathbf{A}^* = \begin{pmatrix} -\beta \frac{x^*}{y^*} & r \frac{x^*}{y^*} \\ \mu \frac{y^*}{x^*} & -\alpha \frac{y^*}{x^*} \end{pmatrix}$
 $\mathbf{A}^* = \begin{pmatrix} -\beta \frac{x^*}{y^*} & \mu \frac{y^*}{x^*} \\ r \frac{x^*}{y^*} & -\alpha \frac{y^*}{x^*} \end{pmatrix}$

Question 26 Que vaut $\det(\mathbf{A}^*)$?

- $\det(\mathbf{A}^*) = \beta\alpha - \mu r$
 $\det(\mathbf{A}^*) = \alpha r - \mu\beta$
 $\det(\mathbf{A}^*) = \mu r - \beta\alpha$
 $\det(\mathbf{A}^*) = \beta r - \mu\alpha$

Question 27 Quelle est la stabilité du point d'équilibre non trivial ?

- point selle
 asymptotiquement stable
 étoile instable
 instable

Question 28 Quelle est l'équation de l'isocline verticale dans le plan de phase (x, y) ?

- $y = \frac{\beta x}{\beta x + \mu}$
 $y = \frac{\beta x}{\alpha(1-x)}$
 $y = \frac{rx}{\alpha(1-x)}$
 $y = \frac{rx}{\beta x + \mu}$

Question 29 Quelle est l'équation de l'isocline horizontale dans le plan de phase (x, y) ?

$y = \frac{\beta x}{\alpha(1-x)}$

$y = \frac{rx}{\alpha(1-x)}$

$y = \frac{\beta x}{\beta x + \mu}$

$y = \frac{rx}{\beta x + \mu}$

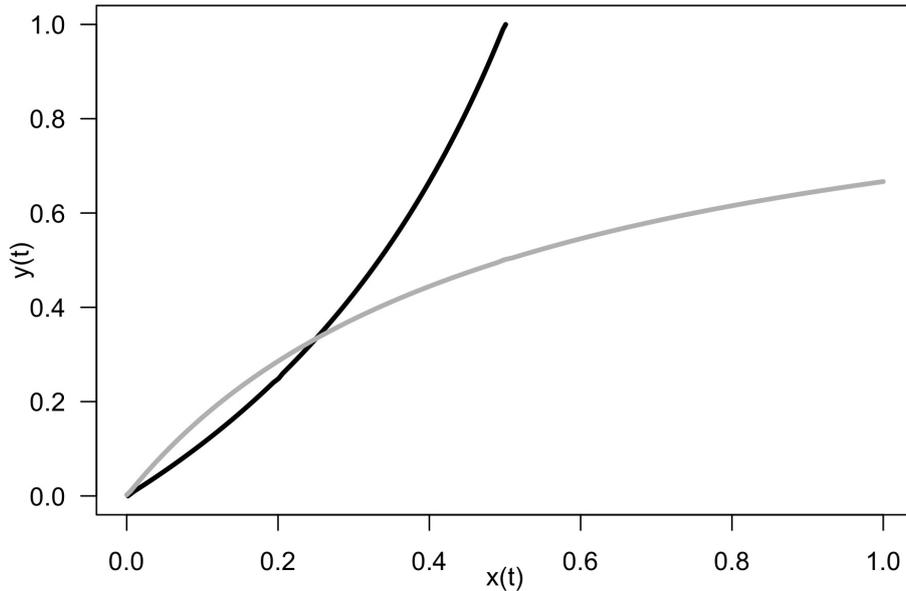
Question 30 A quelle famille de fonctions appartiennent les isoclines ?

polynomiale

quadratique

exponentielle

hyperbolique



Question 31 Sur le graphe ci-dessus, de quelle couleur est l'isocline horizontale ?

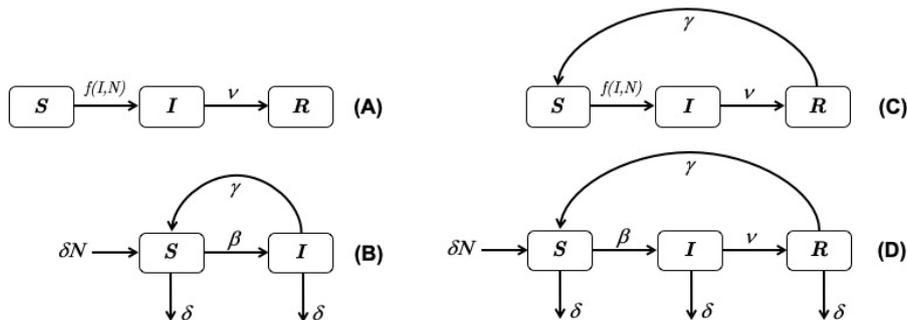
gris

noir

Question 32 Partant d'une condition initiale $(x(0), y(0)) = (0, 0.5)$, quelle sera asymptotiquement la proportion d'humains atteints de malaria ?

<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
.																				
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>														

3 Codage R du modèle *SIRS*



Question 33 ♣ Parmi les modèles classiquement utilisés en épidémiologie, on trouve le modèle *SIRS*. Parmi les schémas ci-dessus, lequel correspond à un modèle *SIRS* ?

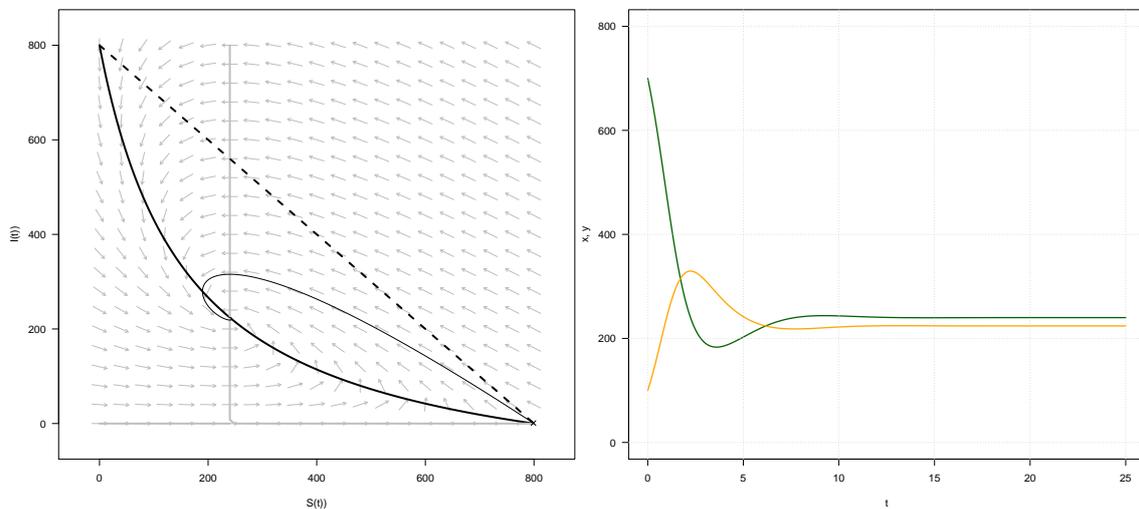
D B A C

Question 34 Que représente la quantité $f(I, N)$?

 Le taux de récupération Le taux de perte d'immunité La force d'infection Le taux de transmission de la maladie

On vous propose le script R ci-dessous ainsi que les sorties graphiques correspondant à des simulations d'un modèle *SIRS*.

```
> library(phaseR)
> model <- fonction(time, y, parameters){
  dy1 <- - parameters[1] * y[1] * y[2] + parameters[2] * (parameters[3] - y[1] - y[2])
  dy2 <- parameters[1] * y[1] * y[2] - parameters[4] * y[2]
  list(c(dy1, dy2))
}
> flowField(model, xlim = c(0, 800), ylim = c(0, 800),
  parameters = c(0.0025, 0.4, 800, 0.6),
  add = FALSE, las = 1, xlab = "S(t)", ylab="I(t)")
> nullclines(model, xlim = c(-0.1, 800), ylim = c(-0.1, 800),
  parameters = c(0.0025, 0.4, 800, 0.6),
  col = c("black", "gray"), lwd = 3, add.legend = FALSE)
> curve(800 - x, from = 0, to = 800, add = TRUE, lwd = 3, lty=2)
> traj <- trajectory(model, y0 = c(799, 1), parameters = c(0.0025, 0.4, 800, 0.6),
  tlim = c(0, 25), pch = 4)
> nsol <- numericalSolution(model, y0 = c(700, 100), parameters = c(0.0025, 0.4, 800, 0.6),
  tlim = c(0, 25), type = "one", las = 1, ylim = c(0, 800),
  lwd = 2, col=c("darkgreen", "orange"), state.names = c("S", "I"),
  add.legend = FALSE)
```



Question 35 Quel package R est utilisé ici ?

 rootSolve popbio phaseR deSolve

CORRECTION

Question 36 Quelle est la valeur du paramètre γ ?

<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	.
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	

Question 37 Quelle est la taille totale de la population ?

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>							
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>							
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	

Question 38 Quelle est l'abscisse du point d'équilibre endémique ?

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	

Question 39 Quelle est l'ordonnée du point d'équilibre endémique ?

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	

Question 40 ♣ Quelle(s) fonction(s) R permettrai(en)t de connaître la nature des points d'équilibre ?

- | | |
|---|---|
| <input type="checkbox"/> numericalSolution() | <input type="checkbox"/> nullclines() |
| <input type="checkbox"/> trajectory() | <input checked="" type="checkbox"/> stability() |
| <input checked="" type="checkbox"/> findEquilibrium() | <input type="checkbox"/> flowField() |