

3BIM - EDO & Modélisation

Mercredi 29 janvier 2020 – Durée : 2 heures

Instructions

Ce formulaire sera analysé par lecture optique, je vous demande donc de respecter strictement les règles ci-dessous.

- Pour cocher une case, remplissez-la en noir (■) en utilisant un stylo à bille noir.
- Pour corriger, effacez la case avec du correcteur blanc ; ne la retracez pas.
- N'inscrivez rien dans l'en-tête ni dans les marges des pages.
- Le symbole ♣ indique que le nombre de bonnes réponses proposées est indéterminé (0, 1, 2, ...). Son absence signifie que la question a une unique bonne réponse.

Voici comment encoder une valeur numérique :

<input checked="" type="checkbox"/> 0 <input type="checkbox"/> 1 <input type="checkbox"/> 2 <input type="checkbox"/> 3 <input type="checkbox"/> 4 <input type="checkbox"/> 5 <input type="checkbox"/> 6 <input type="checkbox"/> 7 <input type="checkbox"/> 8 <input type="checkbox"/> 9 . <input type="checkbox"/> 0 <input type="checkbox"/> 1 <input type="checkbox"/> 2 <input type="checkbox"/> 3 <input type="checkbox"/> 4 <input checked="" type="checkbox"/> 5 <input type="checkbox"/> 6 <input type="checkbox"/> 7 <input type="checkbox"/> 8 <input type="checkbox"/> 9 <input checked="" type="checkbox"/> 0 <input type="checkbox"/> 1 <input type="checkbox"/> 2 <input type="checkbox"/> 3 <input type="checkbox"/> 4 <input type="checkbox"/> 5 <input type="checkbox"/> 6 <input type="checkbox"/> 7 <input type="checkbox"/> 8 <input type="checkbox"/> 9	← Coder ici la partie entière ← Coder ici la première décimale ← Coder ici la seconde décimale
---	--

Les questions à choix multiples sont à espérance nulle : réponse juste = 1 point ; pas de réponse ou réponses incohérentes = 0 point ; réponse fautive à une question avec n propositions = $-\frac{1}{n-1}$ points.

Vous pouvez vous munir d'une feuille A4 recto-verso manuscrite originale dont le contenu est à votre convenance, ainsi que de tout type de calculatrice **non connectée à un réseau de télécommunication**. L'usage du téléphone portable est strictement **interdit**.

Identité

Renseignez les champs ci-dessous et codez votre numéro d'étudiant ci-contre.

Nom et Prénom :

.....

Numéro d'étudiant :

.....

<input type="checkbox"/> 0							
<input type="checkbox"/> 1							
<input type="checkbox"/> 2							
<input type="checkbox"/> 3							
<input type="checkbox"/> 4							
<input type="checkbox"/> 5							
<input type="checkbox"/> 6							
<input type="checkbox"/> 7							
<input type="checkbox"/> 8							
<input type="checkbox"/> 9							

Exercice n°1

On veut résoudre le système (1) $\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A}\mathbf{X}$ avec $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 3 & 8 \\ -2 & -5 \end{pmatrix}$ et $\mathbf{X}(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix}$.

Question 1 Le système (1) admet-il :

- Une infinité de points d'équilibre ?
- Aucun point d'équilibre ?
- Un unique point d'équilibre ?

Question 2 La matrice \mathbf{A} admet-elle :

- Deux valeurs propres distinctes ?
- Deux valeurs propres complexes conjuguées ?
- Une valeur propre double ?

Question 3 Quelle est la nature du point d'équilibre (0, 0) ?

- Foyer instable

- Nœud asymptotiquement stable
- Étoile asymptotiquement stable
- Centre
- Nœud instable
- Nœud dégénéré asymptotiquement stable

Question 4 Quelle est la forme de Jordan associée à \mathbf{A} ?

- $\mathbf{J} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$
- $\mathbf{J} = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$
- $\mathbf{J} = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$
- $\mathbf{J} = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$

Question 5 Quelle matrice de passage permet de mettre \mathbf{A} sous sa forme de Jordan ?

- $\mathbf{P} = \begin{pmatrix} 1/2 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$
- $\mathbf{P} = \begin{pmatrix} 2 & 1/2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$
- $\mathbf{P} = \begin{pmatrix} 2 & 1/2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$
- $\mathbf{P} = \begin{pmatrix} 1/2 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$

Question 6 Que vaut \mathbf{P}^{-1} ?

- $\mathbf{P} = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 0 & 1/2 \end{pmatrix}$
- $\mathbf{P}^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$
- $\mathbf{P} = \begin{pmatrix} 1/2 & 0 \\ 1 & -1/4 \end{pmatrix}$
- $\mathbf{P} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/4 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

Question 7 Quel calcul faut-il faire pour passer de \mathbf{A} à \mathbf{J} ?

- $\mathbf{P}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{P}$
- $\mathbf{P}\mathbf{A}\mathbf{P}^{-1}$

Question 8 Que vaut $e^{t\mathbf{J}}$?

- $e^{t\mathbf{J}} = e^{-t} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
- $e^{t\mathbf{J}} = e^{-t} \begin{pmatrix} \cos t & -\sin t \\ \sin t & \cos t \end{pmatrix}$
- $e^{t\mathbf{J}} = e^{-t} \begin{pmatrix} 1 & t \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

Question 9 En déduire $e^{t\mathbf{A}}$.

- $e^{t\mathbf{A}} = e^{-t} \begin{pmatrix} 1 & (5t+1)/2 \\ 0 & -t \end{pmatrix}$
- $e^{t\mathbf{A}} = e^{-t} \begin{pmatrix} 4t+1 & 8t \\ -2t & 1-4t \end{pmatrix}$
- $e^{t\mathbf{A}} = e^{-t} \begin{pmatrix} 1 & (5t+8)/4 \\ 0 & -t/2 \end{pmatrix}$
- $e^{t\mathbf{A}} = e^{-t} \begin{pmatrix} (2t+1)/4 & -t/8 \\ 2t & (-2t+1)/4 \end{pmatrix}$

Question 10 Soit $K = \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix}$ une condition initiale du système (1). Comment s'écrit sa solution générale ?

- $\mathbf{X}(t) = e^{-t} \begin{pmatrix} x_0 + (5t+8)y_0/4 \\ -ty_0/2 \end{pmatrix}$
- $\mathbf{X}(t) = e^{-t} \begin{pmatrix} (4t+1)x_0 + 8ty_0 \\ -2tx_0 + (1-4t)y_0 \end{pmatrix}$
- $\mathbf{X}(t) = e^{-t} \begin{pmatrix} (2t+1)x_0/4 + -ty_0/8 \\ 2tx_0 + (-2t+1)y_0/4 \end{pmatrix}$
- $\mathbf{X}(t) = e^{-t} \begin{pmatrix} x_0 + (5t+1)y_0/2 \\ -ty_0 \end{pmatrix}$

Exercice n°2

On considère la fonction $H(x, y) = \frac{x^2 y}{2}$.

Question 11 Quelle est l'allure des courbes de niveau de H ?

Question 28 ♣ Quelles fonctions \mathbb{R} peut-on utiliser pour représenter graphiquement les chroniques d'un système dynamique ?

- | | |
|---|-------------------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> plot | <input type="checkbox"/> phaseR |
| <input checked="" type="checkbox"/> numericalSolution | <input type="checkbox"/> trajectory |
| <input type="checkbox"/> flowField | <input type="checkbox"/> deSolve |
| <input type="checkbox"/> nullclines | <input type="checkbox"/> rootSolve |

Question 29 Dans les lignes de code \mathbb{R} ci-dessous qui servent à implémenter le système (3), à quel quadruplet correspond le vecteur `parameters` ?

```
> model <- fonction(t, y, parameters)
{
  dy <- numeric(2)
  dy[1] <- parameters[1]*y[1] - parameters[2]*y[1]^2 - y[1]*y[2]/(1+parameters[3]*y[1])
  dy[2] <- -parameters[4]*y[2] + y[1]*y[2]/(1+parameters[3]*y[1])
  list(dy)
}
```

- | | |
|--|---|
| <input type="checkbox"/> (a, b, γ, K) | <input checked="" type="checkbox"/> (b, γ, K, a) |
| <input type="checkbox"/> (K, γ, a, b) | <input type="checkbox"/> (b, γ, a, K) |

En fonction de γ , trois portraits de phase sont possibles selon la position relative des isoclines. **Voir figure en fin de sujet.** Vous pouvez détacher la dernière page du sujet pour plus de commodité.

Question 30 ♣ Parmi les coordonnées suivantes, identifiez celles qui correspondent au point d'intersection de la parabole avec l'axe des abscisses.

- | | | |
|---|--|---|
| <input checked="" type="checkbox"/> $(-\frac{1}{K}, 0)$ | <input type="checkbox"/> $(0, -\frac{1}{K})$ | <input checked="" type="checkbox"/> $(\frac{b}{\gamma}, 0)$ |
| <input type="checkbox"/> $(0, \frac{b}{\gamma})$ | <input type="checkbox"/> $(0, b)$ | <input type="checkbox"/> $(b, 0)$ |

Question 31 Parmi les coordonnées suivantes, identifiez celles qui correspondent au point d'intersection de la parabole avec l'axe des ordonnées.

- | | |
|--|--|
| <input type="checkbox"/> $(b, 0)$ | <input type="checkbox"/> $(\frac{b}{\gamma}, 0)$ |
| <input checked="" type="checkbox"/> $(0, b)$ | <input type="checkbox"/> $(-\frac{1}{K}, 0)$ |

Question 32 Quelle est l'abscisse du sommet de la parabole ?

- | | |
|---|--|
| <input type="checkbox"/> $\frac{1}{2} \left(\frac{b}{\gamma} - K \right)$ | <input type="checkbox"/> $\frac{1}{2} \left(\frac{b}{\gamma} + \frac{1}{K} \right)$ |
| <input checked="" type="checkbox"/> $\frac{1}{2} \left(\frac{b}{\gamma} - \frac{1}{K} \right)$ | <input type="checkbox"/> $\frac{1}{2} \left(\frac{\gamma}{b} - \frac{1}{K} \right)$ |

On suppose maintenant que $a = \frac{2}{3}$, $b = \frac{1}{4}$ et $K = 1$, avec $\gamma > 0$.

Question 33 Quelle est la valeur numérique de l'abscisse positionnant la droite verticale en trait plein ?

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 1	<input checked="" type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 9
.									
<input checked="" type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 9

Question 34 ♣ Parmi les propositions suivantes, identifiez les coordonnées des points d'équilibre sur les portraits de phase n°1 et 2.

CORRECTION

$(\frac{1}{4\gamma}, 0)$

$(0, \frac{1}{4\gamma})$

$(2, \frac{3}{4} - 6\gamma)$

$(0, 0)$

$(2, \frac{3}{4} + 6\gamma)$

$(\frac{3}{4} - 6\gamma, 2)$

Question 35 Quelle valeur seuil de γ conditionne l'existence du point d'équilibre non trivial ?

$\frac{5}{12}$

$\frac{1}{20}$

$\frac{2}{3}$

$\frac{1}{8}$

Question 36 Quelle est l'expression de la matrice jacobienne du système (3) ?

$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \frac{1}{4} - 2\gamma x - \frac{y}{(1+x)^2} & \frac{y}{(1+x)^2} \\ -\frac{2}{3} + \frac{x}{1+x} & -\frac{x}{1+x} \end{pmatrix}$

$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \frac{1}{4} - 2\gamma x - \frac{y}{(1+x)^2} & -\frac{x}{1+x} \\ \frac{y}{(1+x)^2} & -\frac{2}{3} + \frac{x}{1+x} \end{pmatrix}$

$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \frac{1}{4} - 2\gamma x - \frac{y}{(1+x)^2} & \frac{y}{(1+x)^2} \\ -\frac{x}{1+x} & -\frac{2}{3} + \frac{x}{1+x} \end{pmatrix}$

$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -\frac{x}{1+x} & \frac{y}{(1+x)^2} \\ -\frac{2}{3} + \frac{x}{1+x} & \frac{1}{4} - 2\gamma x - \frac{y}{(1+x)^2} \end{pmatrix}$

Question 37 En déduire la nature du point d'équilibre origine ?

 Point selle

 Nœud asymptotiquement stable

 Foyer instable

 Des centres

Question 38 Donnez la matrice jacobienne au second point d'équilibre trivial (*i.e.*, non origine) ?

$\mathbf{A}_2 = \begin{pmatrix} -\frac{1}{4} & 0 \\ -\frac{2}{3} + \frac{1}{1+4\gamma} & -\frac{1}{1+4\gamma} \end{pmatrix}$

$\mathbf{A}_2 = \begin{pmatrix} -\frac{1}{1+4\gamma} & 0 \\ \frac{2}{3} - \frac{1}{1+4\gamma} & -\frac{1}{4} \end{pmatrix}$

$\mathbf{A}_2 = \begin{pmatrix} -\frac{1}{4} & -\frac{1}{1+4\gamma} \\ 0 & -\frac{2}{3} + \frac{1}{1+4\gamma} \end{pmatrix}$

$\mathbf{A}_2 = \begin{pmatrix} -\frac{1}{4} & 0 \\ -\frac{1}{1+4\gamma} & -\frac{2}{3} + \frac{1}{1+4\gamma} \end{pmatrix}$

Question 39 ♣ Parmi les propositions suivantes, cochez ce qui est vrai :

 Cas n°3 : le second point d'équilibre trivial est un point selle

 Cas n°2 : le second point d'équilibre trivial est un nœud asymptotiquement stable

 Cas n°2 : le second point d'équilibre trivial est un point selle

 Cas n°1 : le second point d'équilibre trivial est un point selle

 Cas n°3 : le second point d'équilibre trivial est un nœud asymptotiquement stable

 Cas n°1 : le second point d'équilibre trivial est un nœud asymptotiquement stable

Question 40 Donnez la matrice jacobienne au point d'équilibre non trivial ? *On supposera que les conditions de son existence sont réunies.*

$\mathbf{A}^* = \begin{pmatrix} \frac{1}{6} - \frac{10}{3}\gamma & -\frac{2}{3} \\ \frac{1}{12} - \frac{2}{3}\gamma & 0 \end{pmatrix}$

$\mathbf{A}^* = \begin{pmatrix} -\frac{1}{6} + \frac{10}{3}\gamma & 0 \\ \frac{1}{12} - \frac{2}{3}\gamma & -\frac{2}{3} \end{pmatrix}$

$\mathbf{A}^* = \begin{pmatrix} \frac{1}{6} - \frac{10}{3}\gamma & -\frac{2}{3} \\ 0 & \frac{1}{12} - \frac{2}{3}\gamma \end{pmatrix}$

$\mathbf{A}^* = \begin{pmatrix} -\frac{2}{3} & \frac{1}{6} - \frac{10}{3}\gamma \\ \frac{1}{12} - \frac{2}{3}\gamma & 0 \end{pmatrix}$

CORRECTION

Question 41 Que vaut $\det(\mathbf{A}^*)$?

- $\frac{1}{18} - \frac{4}{9}\gamma$
 $\frac{10}{9}\gamma - \frac{1}{9}$
 $\frac{4}{9}\gamma - \frac{1}{18}$

Question 42 Quel est le signe de $\det(\mathbf{A}^*)$?

- $\det(\mathbf{A}^*) > 0$
 $\det(\mathbf{A}^*) < 0$

Question 43 Que vaut $\text{tr}(\mathbf{A}^*)$?

- 0
 $-\frac{1}{2} - \frac{10}{9}\gamma$
 $\frac{1}{6} + \frac{10}{3}\gamma$
 $\frac{1}{6} - \frac{10}{3}\gamma$

Question 44 Dans le cas du portrait de phase n°1, on a :

- $\det(\mathbf{A}^*) > 0$ et $\text{tr}(\mathbf{A}^*) < 0$
 $\det(\mathbf{A}^*) < 0$ et $\text{tr}(\mathbf{A}^*) > 0$
 $\det(\mathbf{A}^*) > 0$ et $\text{tr}(\mathbf{A}^*) > 0$
 $\det(\mathbf{A}^*) < 0$ et $\text{tr}(\mathbf{A}^*) < 0$

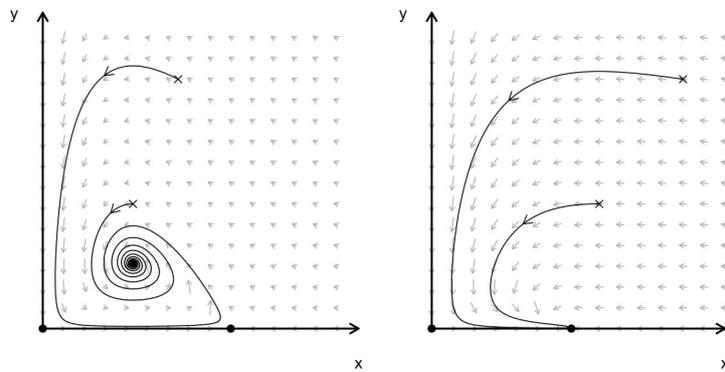
Question 45 Dans le cas du portrait de phase n°2, on a :

- $\det(\mathbf{A}^*) < 0$ et $\text{tr}(\mathbf{A}^*) > 0$
 $\det(\mathbf{A}^*) < 0$ et $\text{tr}(\mathbf{A}^*) < 0$
 $\det(\mathbf{A}^*) > 0$ et $\text{tr}(\mathbf{A}^*) > 0$
 $\det(\mathbf{A}^*) > 0$ et $\text{tr}(\mathbf{A}^*) < 0$

Question 46 Pour quelle valeur numérique γ^* de γ a-t-on $\text{tr}(\mathbf{A}^*) = 0$?

- $\frac{1}{20}$
 $\frac{5}{12}$
 $\frac{1}{8}$
 $\frac{2}{3}$

On donne les deux portraits de phase suivants :



Question 47 À quel cas correspond le portrait de phase de gauche :

- Cas n°1
 Cas n°3
 Cas n°2

Question 48 À quel cas correspond le portrait de phase de droite :

- Cas n°1
 Cas n°2
 Cas n°3

Question 49 Que peut-on dire du point d'équilibre non trivial lorsque $\text{tr}(\mathbf{A}^*) = 0$?

- C'est un foyer asymptotiquement stable
 C'est un nœud asymptotiquement stable
 La linéarisation prévoit des centres
 C'est un point selle

Question 50 Soit $\lambda_1(\gamma)$ et $\lambda_2(\gamma)$ les valeurs propres de \mathbf{A}^* . Donner les conditions d'application du théorème de Poincaré-Andronov-Hopf, que l'on supposera réunies pour la suite.

- $\lambda_{1,2}(\gamma) \in \mathbb{C}$, $Re(\lambda_{1,2}(\gamma^*)) = 0$ et $Im(\lambda_{1,2}(\gamma^*)) = 0$
 $\lambda_{1,2}(\gamma) \in \mathbb{C}$, $Re(\lambda_{1,2}(\gamma^*)) = 0$, $\left. \frac{dRe(\lambda_{1,2}(\gamma))}{d\gamma} \right|_{\gamma=\gamma^*} \neq 0$ et $Im(\lambda_{1,2}(\gamma^*)) \neq 0$
 $\lambda_{1,2}(\gamma) \in \mathbb{C}$, $Im(\lambda_{1,2}(\gamma^*)) = 0$, $\left. \frac{dIm(\lambda_{1,2}(\gamma))}{d\gamma} \right|_{\gamma=\gamma^*} \neq 0$ et $Re(\lambda_{1,2}(\frac{1}{20})) \neq 0$
 $\lambda_{1,2}(\gamma) \in \mathbb{R}$ et $\lambda_{1,2}(\gamma^*) = 0$

Question 51 ♣ A ce stade de l'étude du système (3), de quelles bifurcations peut-il s'agir ?

- Bifurcation verticale Bifurcation trans-critique
 Hopf super-critique Bifurcation selle-nœud
 Hopf sous-critique Hopf dégénérée

Afin de déterminer de quelle bifurcation il s'agit, nous allons utiliser le logiciel . On donne les lignes de code  suivantes :

```
> par(mar = c(4, 4, 0.25, 0.25), mfrow = c(1, 1))
> flowField(model, xlim = c(0, 6.5), ylim = c(0, 1),
  parameters = c(b, gam, K, a),
  add = FALSE, xlab = "x", ylab = "y", las = 1)
> nullclines(model, xlim = c(-0.1, 6.5), ylim = c(-0.1, 1),
  parameters = c(b, gam, K, a), add.legend = FALSE,
  col = c("red", "blue"))
> init <- c(5, 0.2)
> trajectory(model, y0 = init, tlim = c(0, 250),
  parameters=c(b,gam,K,a), add = TRUE)
```

Question 52 Combien de graphes seront représentés dans la fenêtre graphique ?

- 2 3 1 4

Question 53 Quelle est la taille de la marge à gauche du(des) graphe(s) ?

- 2 3 1 4

Question 54 Que permet l'option `las = 1` ?

- Des labels verticaux Des labels parallèles aux axes
 Des labels horizontaux Des labels perpendiculaires aux axes

Question 55 Que permet la fonction `nullclines` ?

- Tracer les trajectoires Tracer le champ de vecteurs
 Tracer les isoclines Tracer les chroniques

Question 56 Que vaut la condition initiale ?

- (5, 0.2) (2, 0.45) (0.2, 5) (0.45, 2)

On donne la ligne de code  suivante, avec la sortie  correspondante **reportée en fin de sujet**. Vous pouvez détacher la dernière page du sujet pour plus de commodité.

```
> findEquilibrium(model, y0 = c(2, 0.4),
  parameters = c(b, gam, K, a), summary=TRUE)
```

CORRECTION

Question 57 Donnez la valeur du paramètre γ qui a été utilisée pour obtenir les résultats ci-dessus.

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
 .
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Question 58 Quelle est l'ordonnée du point d'équilibre non trivial ?

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
 .
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Question 59 Que vaut approximativement le déterminant de la jacobienne ?

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
 .
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Question 60 Que vaut approximativement la partie imaginaire des valeurs propres ?

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
 .
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

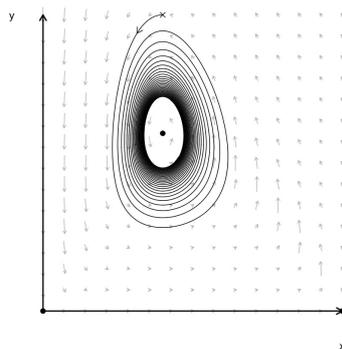
Question 61 Que propose \mathbb{R} quant à la nature du point d'équilibre non trivial ?

- | | |
|---|--|
| <input type="checkbox"/> Nœud instable | <input type="checkbox"/> Foyer asymptotiquement stable |
| <input type="checkbox"/> Nœud asymptotiquement stable | <input checked="" type="checkbox"/> Centre |
| <input type="checkbox"/> Point selle | <input type="checkbox"/> Foyer instable |

Question 62 Qu'en concluriez-vous quant au type de bifurcation dont il s'agit ?

- | | |
|--|---|
| <input type="checkbox"/> Bifurcation verticale | <input checked="" type="checkbox"/> Hopf dégénérée |
| <input type="checkbox"/> Hopf sous-critique | <input type="checkbox"/> Bifurcation selle-nœud |
| <input type="checkbox"/> Hopf super-critique | <input type="checkbox"/> Bifurcation trans-critique |

Voici ci-dessous le portrait de phase obtenu par simulation pour γ égal à la valeur de bifurcation :

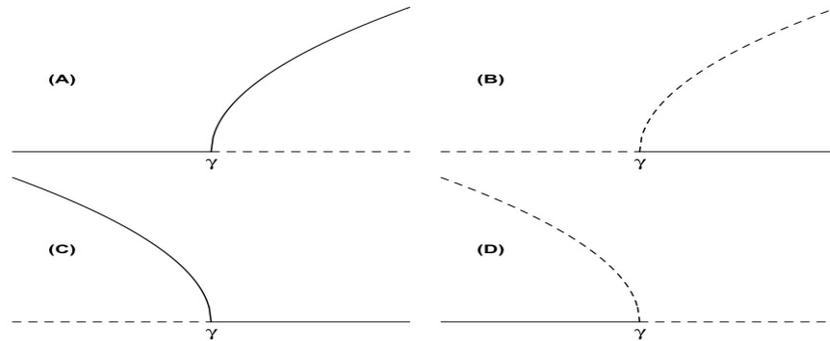


Question 63 De quelle bifurcation s'agit-il finalement ?

CORRECTION

- | | |
|---|---|
| <input type="checkbox"/> Bifurcation selle-nœud | <input type="checkbox"/> Bifurcation verticale |
| <input type="checkbox"/> Bifurcation trans-critique | <input type="checkbox"/> Hopf sous-critique |
| <input type="checkbox"/> Hopf dégénérée | <input checked="" type="checkbox"/> Hopf super-critique |

Question 64 A quel diagramme correspond cette bifurcation ?



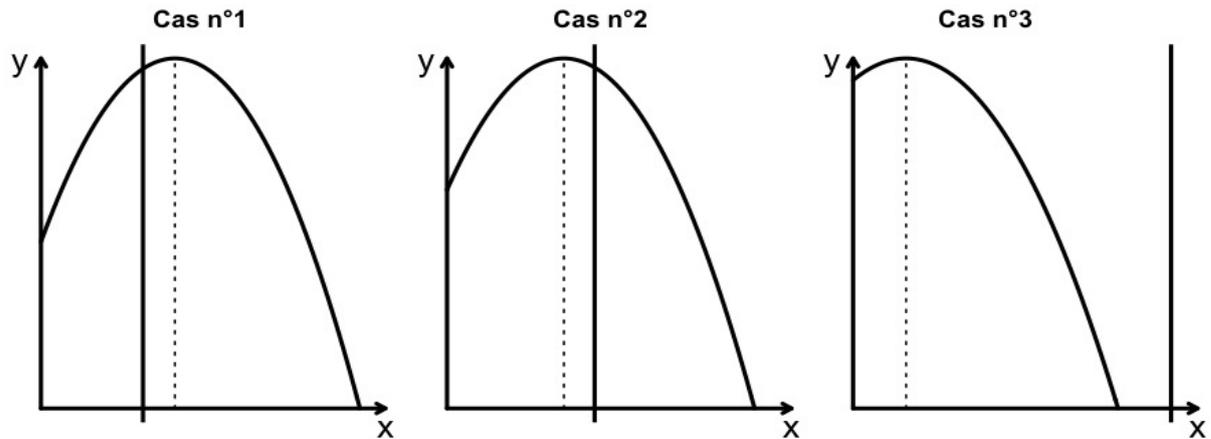
- | | | | |
|------------------------------|------------------------------|---|------------------------------|
| <input type="checkbox"/> (D) | <input type="checkbox"/> (A) | <input checked="" type="checkbox"/> (C) | <input type="checkbox"/> (B) |
|------------------------------|------------------------------|---|------------------------------|

Question 65 Quelle est alors la nature du point d'équilibre non trivial à la bifurcation ?

- | | |
|---|---|
| <input type="checkbox"/> Foyer instable | <input type="checkbox"/> Nœud asymptotiquement stable |
| <input type="checkbox"/> Centre | <input checked="" type="checkbox"/> Foyer asymptotiquement stable |

CORRECTION

Figure relative aux questions 47 et 48 :



Ligne de code `R` et la sortie `R` correspondante, relativement aux questions 57 à 61 :

```
> findEquilibrium(model, y0 = c(2, 0.4),
  parameters = c(b, gam, K, a), summary=TRUE)

$classification
[1] "Centre"

$Delta
[1] 0.03333333

$deriv
function(t, y, parameters)
{
  dy <- numeric(2)
  dy[1] <- parameters[1]*y[1] - parameters[2]*y[1]^2 - y[1]*y[2]/(1+parameters[3]*y[1])
  dy[2] <- -parameters[4]*y[2] + y[1]*y[2]/(1+parameters[3]*y[1])
  list(dy)
}
<bytecode: 0x7fb8875f1898>

$discriminant
[1] -0.1333333

$eigenvalues
[1] 0+0.1825742i 0-0.1825742i

$eigenvectors
      [,1]      [,2]
[1,] -0.9644856+0.0000000i -0.9644856+0.0000000i
[2,]  0.0000000+0.2641353i  0.0000000-0.2641353i

$h
[1] 1e-06

$jacobian
```

CORRECTION

```
      [,1]      [,2]
[1,] 0.00 -0.6666667
[2,] 0.05  0.0000000
```

```
$max.iter
[1] 50
```

```
$parameters
[1] 0.2500000 0.0500000 1.0000000 0.6666667
```

```
$plot.it
[1] FALSE
```

```
$summary
[1] TRUE
```

```
$system
[1] "two.dim"
```

```
$tol
[1] 1e-16
```

```
$tr
[1] 0
```

```
$y0
      [,1]
[1,] 2.0
[2,] 0.4
```

```
$ystar
      [,1]
[1,] 2.00
[2,] 0.45
```