

Chapitre 2 : Systèmes dynamiques dans \mathbb{R}^2

Sandrine CHARLES (14/02/2008)

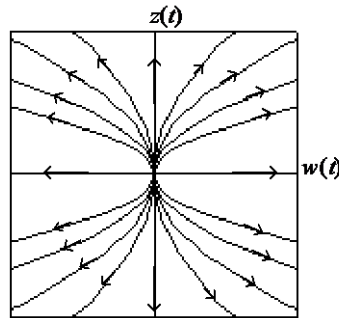


Figure 1 : Allure des trajectoires du système linéaire $\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A}\mathbf{X}$, lorsque \mathbf{A} possède deux valeurs propres réelles distinctes strictement positives.

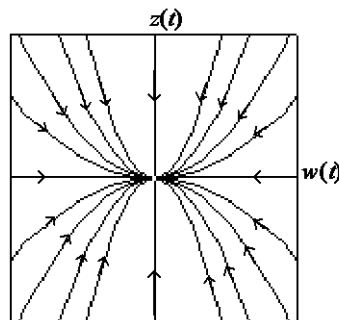


Figure 2 : Allure des trajectoires du système linéaire $\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A}\mathbf{X}$, lorsque \mathbf{A} possède deux valeurs propres réelles distinctes strictement négatives.

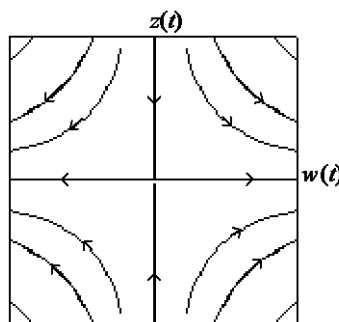


Figure 3 : Allure des trajectoires du système linéaire $\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A}\mathbf{X}$, lorsque \mathbf{A} possède deux valeurs propres réelles distinctes de signe opposé : $\lambda_1 > 0$ et $\lambda_2 < 0$; ou $\lambda_1 < 0$ et $\lambda_2 > 0$.

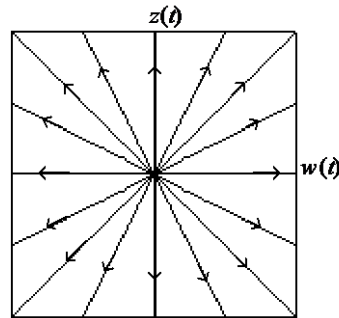


Figure 4 : Allure des trajectoires du système linéaire $\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A}\mathbf{X}$, lorsque \mathbf{A} diagonale possède une valeur propre double strictement positive.

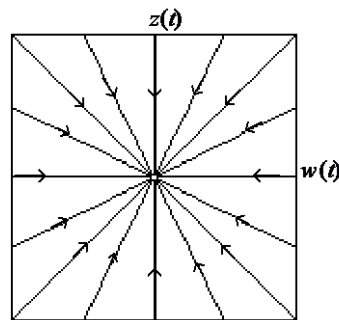


Figure 5 : Allure des trajectoires du système linéaire $\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A}\mathbf{X}$, lorsque \mathbf{A} diagonale possède une valeur propre double strictement négative.

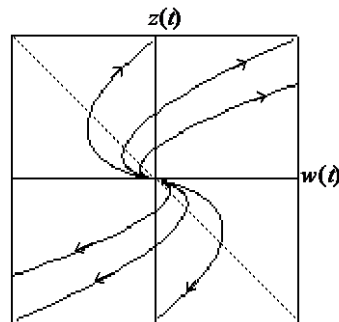


Figure 6 : Allure des trajectoires du système linéaire $\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A}\mathbf{X}$, lorsque \mathbf{A} **non diagonale** possède une valeur propre double strictement positive.

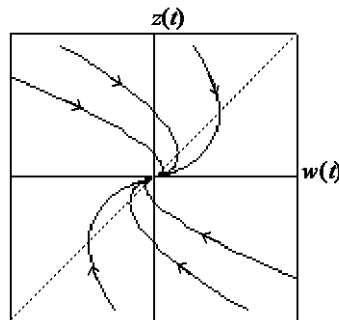


Figure 7 : Allure des trajectoires du système linéaire $\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A}\mathbf{X}$, lorsque \mathbf{A} **non diagonale** possède une valeur propre double strictement négative.

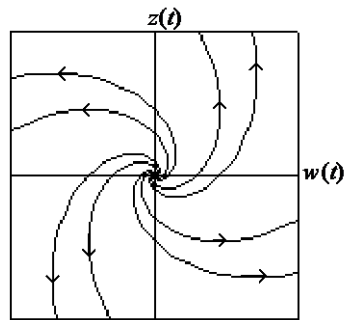


Figure 8 : Allure des trajectoires du système linéaire $\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A}\mathbf{X}$, lorsque \mathbf{A} possède des valeurs propres complexes conjuguées. $\alpha > 0$ et $\beta > 0$.

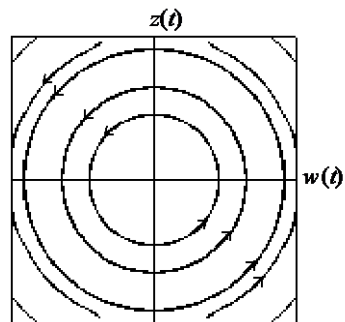


Figure 9 : Allure des trajectoires du système linéaire $\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A}\mathbf{X}$, lorsque \mathbf{A} possède des valeurs propres complexes conjuguées. $\alpha = 0$ et $\beta > 0$.

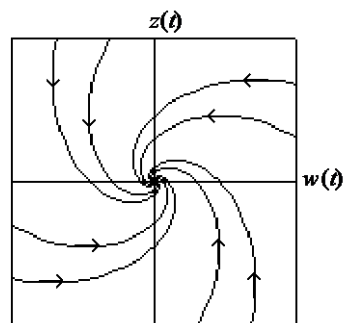
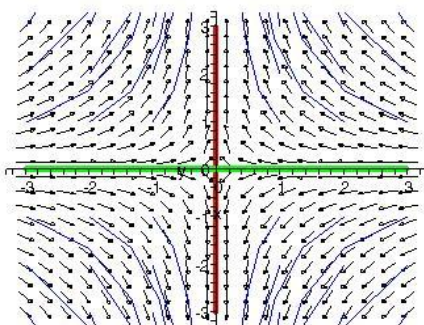
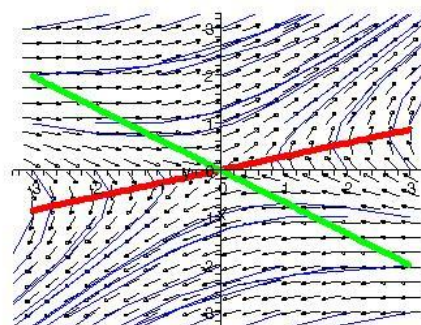


Figure 10 : (a) Allure des trajectoires du système linéaire $\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A}\mathbf{X}$, lorsque \mathbf{A} possède des valeurs propres complexes conjuguées; (b) Chroniques associées. $\alpha < 0$ et $\beta > 0$.



Représentation dans la base de Jordan



Représentation dans la base de départ

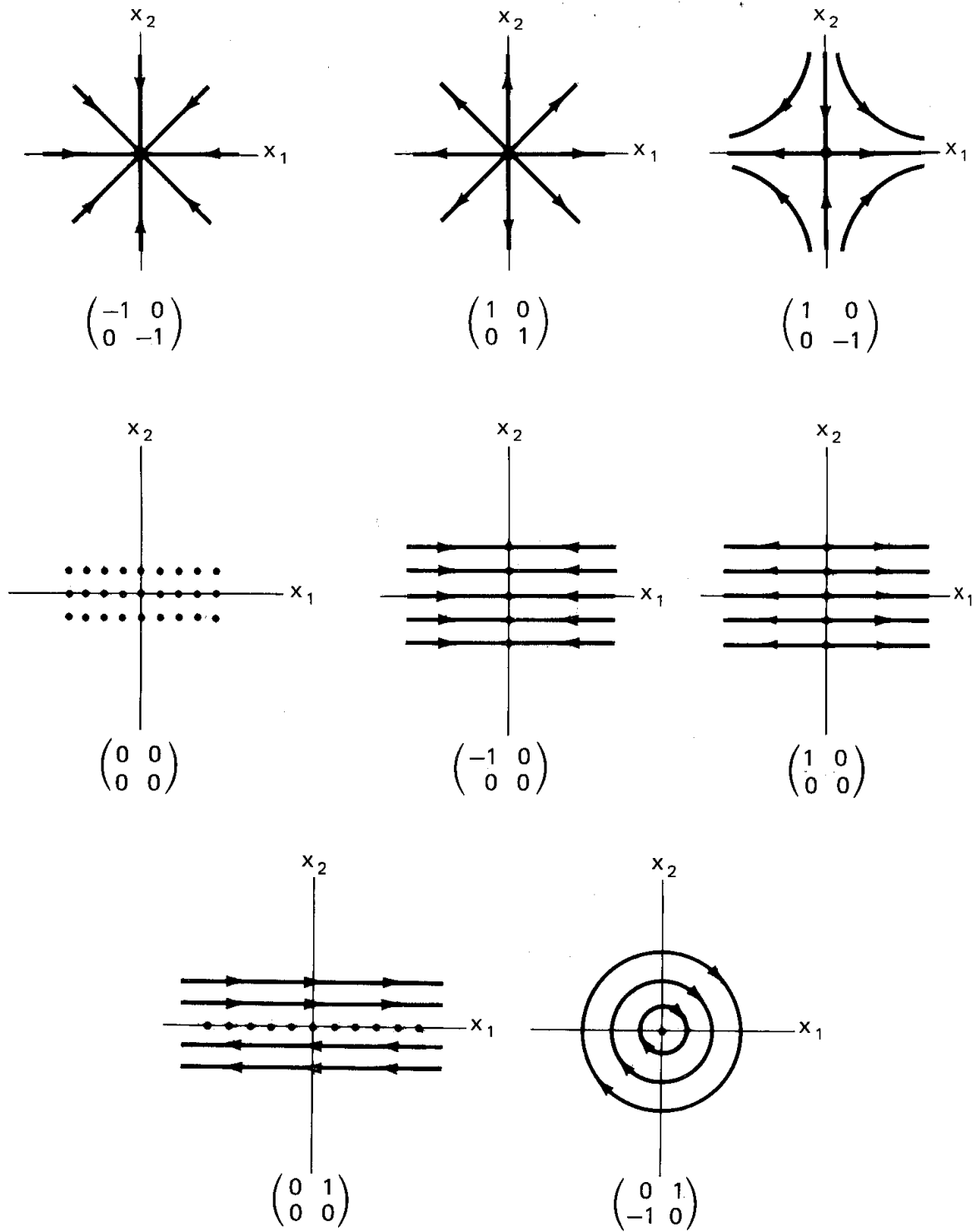


Figure 11 : Portraits de phase des représentants des différentes classes d'équivalence topologiques des systèmes linéaires planaires.

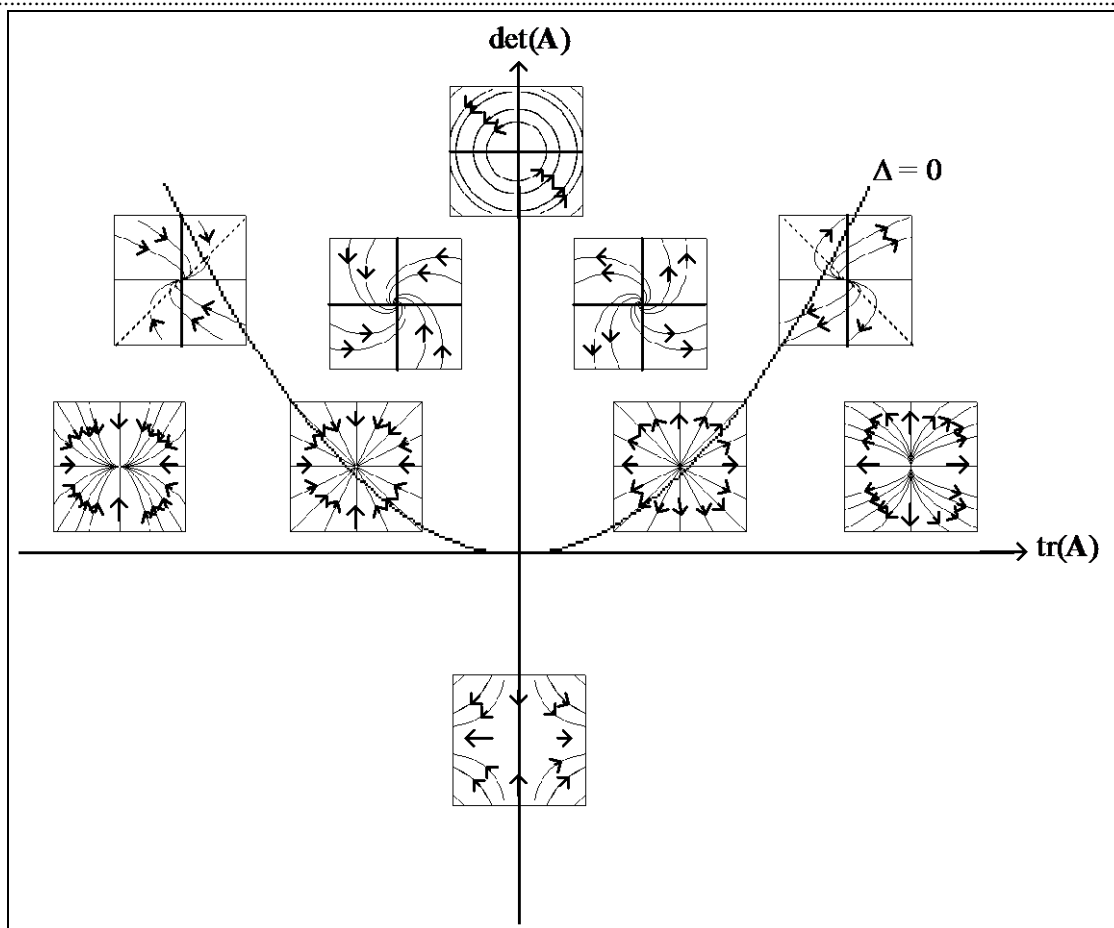
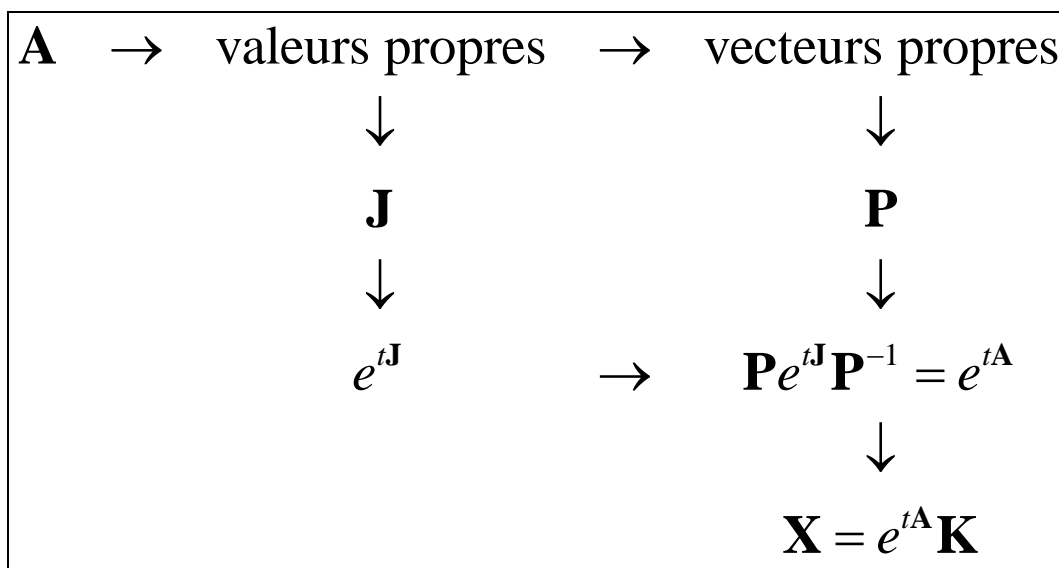


Figure 12 : Résumé des différents portraits de phase possibles du système $\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A}\mathbf{X}$, en fonction du signe de la trace et du déterminant de la matrice \mathbf{A} .

En résumé :



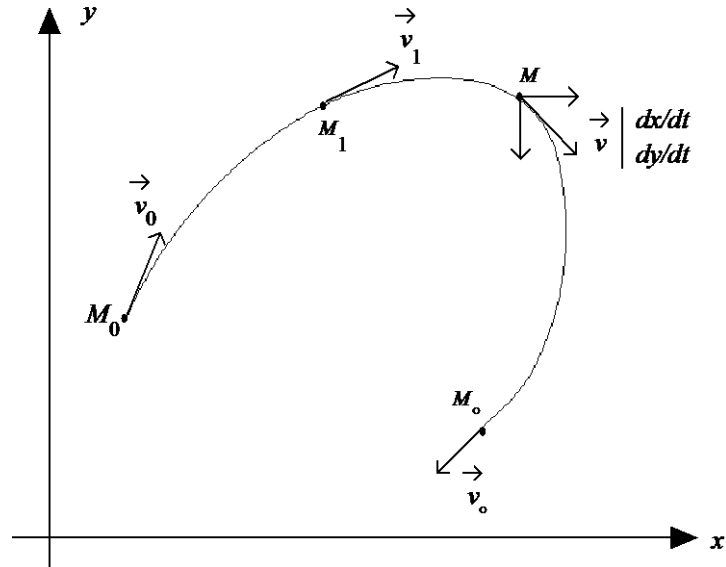


Figure 13 : Représentation fictive d'une trajectoire pour un système dynamique donné ;

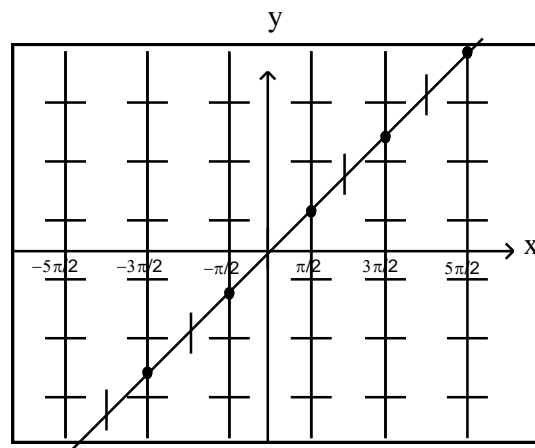


Figure 14 : Isoclines nulles horizontales et verticales pour le système dynamique $\dot{x} = x - y$; $\dot{y} = \cos x$, dans le plan de phase (x, y) . On représente la direction horizontale ou verticale du vecteur vitesse sur les isoclines par des segments

| ou ____.

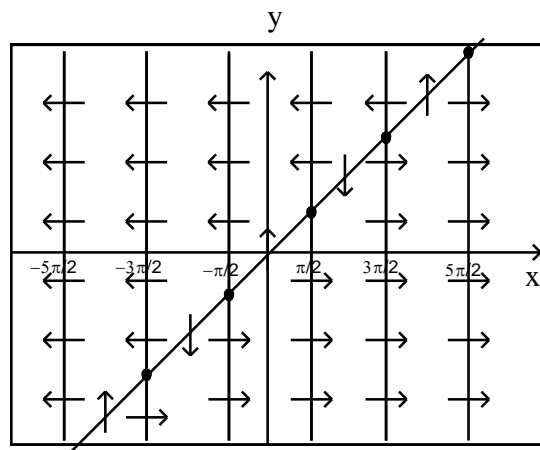


Figure 15 : Sens des vecteurs vitesse pour le système dynamique $\dot{x} = x - y$; $\dot{y} = \cos x$, dans le plan de phase (x, y) .

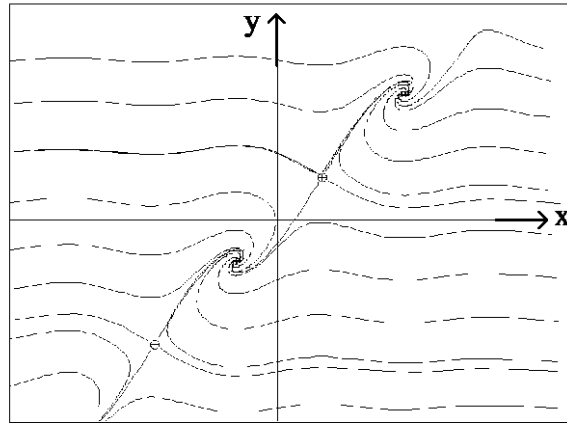


Figure 16 : Trajectoires associées au système dynamique $\dot{x} = x - y$; $\dot{y} = \cos x$.

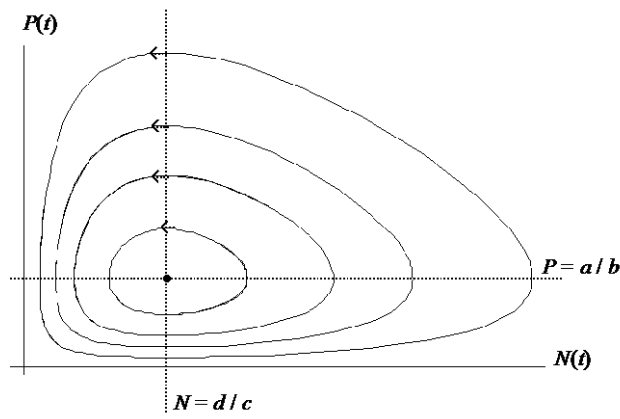


Figure 19 : Portrait de phase du modèle de Lotka-Volterra.

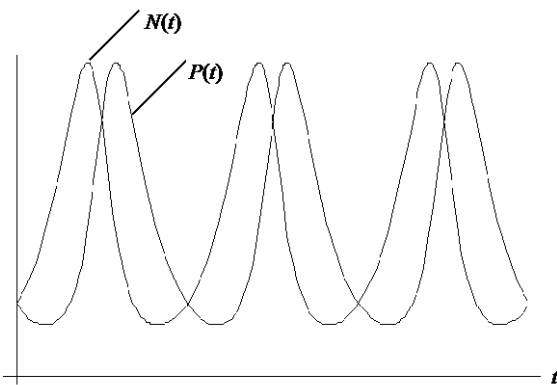


Figure 20 : Chronique du modèle de Lotka-Volterra pour $N(0) = P(0)$.

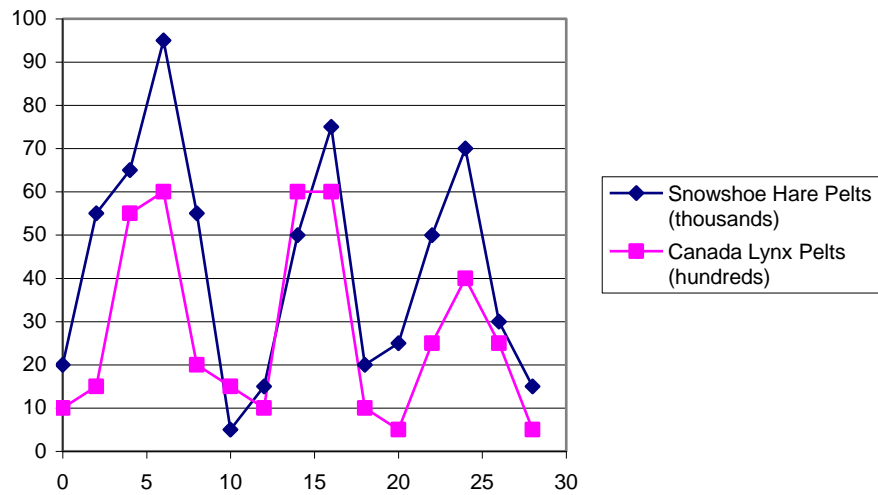


Figure 20bis : Data from an interesting study from the 1930's. They represent the number of pelts brought into the Hudson Bay Trading Company over a 28 year period.

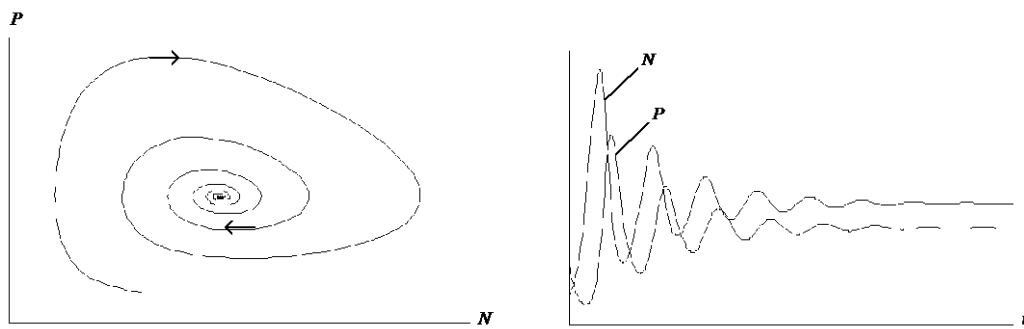


Figure 21 : Simulation du modèle de Lotka-Volterra modifié avec une croissance logistique pour les proies.