

1 Population structurée en 2 classes d'âge

Énoncé

Soit une population structurée en deux classes d'âge, les juvéniles et les adultes de densités respectives $n_1(t)$ et $n_2(t)$ obéissant aux deux équations suivantes :

$$\begin{cases} \dot{n}_1 = bn_2 - vn_1 \\ \dot{n}_2 = vn_1 - dn_2 \end{cases} \quad (1)$$

1. Donner une interprétation biologique du modèle, en particulier la signification des paramètres strictement positifs b , d et v .
2. Rechercher le point d'équilibre de ce système d'équations. Donner la condition d'unicité.
3. Déterminez en fonction des valeurs des paramètres la nature du point d'équilibre, nœud, foyer, centre ou point selle. Interprétez biologiquement chacun des cas possibles.

Correction

1. Une proportion v des juvéniles passent dans la classe d'âge adulte. $-dn_2$ est un terme de mortalité. Les adultes donnent naissance à bn_2 jeunes. La survie juvénile n'est pas prise en compte dans ce modèle.
2. Un point fixe : $(0, 0)$.
- 3.

$$J = \begin{pmatrix} -v & b \\ v & -d \end{pmatrix}$$

$$tr(J) = -v - d < 0$$

$$det(J) = v(d - b)$$

Si $d > b$, $(0, 0)$ est un point stable, on aura une extinction de la population.

Si $d < b$, $(0, 0)$ est un point selle, on aura une croissance illimitée de la population.