

# 1 Ventilation en $CO_2$

## Énoncé

On définit :

$C(t)$  = la concentration de  $CO_2$  dans le sang au temps  $t$ .

$V(t)$  = l'amplitude du volume de ventilation au temps  $t$ .

Le processus de la ventilation en  $CO_2$  peut être décrit par le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} \dot{C} = -L(V, C) + m \\ \dot{V} = S(C) - \varepsilon V \end{cases}$$

où  $L$  est vitesse de disparition du  $CO_2$  par unité de temps, et  $S$  le changement de ventilation induit par le  $CO_2$  par unité de temps.

1. On suppose dans un premier temps que  $L$  et  $S$  sont des fonctions linéaires telles que :

$$L(V, C) = \beta V \text{ et } S(C) = \alpha C$$

Trouver les points d'équilibre et déterminer les valeurs propres de la Jacobienne. Montrer que des oscillations amorties peuvent apparaître si  $\varepsilon < 4\alpha\beta$ .

Tracer le plan de phase du système.

2. Considérons maintenant la situation suivante :

$$L(V, C) = \beta VC \text{ et } S(C) = \alpha C$$

Répéter l'analyse précédente.