

1 Résolution explicite des systèmes dynamiques planaires (Matrices de Jordan)

Énoncé

Pour chaque système linéaire suivant:

- (a) Rechercher le point d'équilibre, indiquer sa nature et sa stabilité.
- (b) Mettre la matrice \mathbf{A} (du système linéaire) sous sa forme de Jordan réelle (faire le changement de base).
- (c) Calculer l'exponentielle de $\mathbf{J}t$.
- (d) Calculer l'exponentielle de $\mathbf{A}t$.
- (e) Pour la condition initiale donnée (x_0, y_0) donner la solution explicite $(x(t), y(t))$.

$$\begin{cases} \dot{x} = -2x + 7y \\ \dot{y} = 2x + 3y \end{cases} \text{ avec } (x_0, y_0) = (1, 1)$$

$$\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = -x \end{cases} \text{ avec } (x_0, y_0) = (1, -1)$$

$$\begin{cases} \dot{x} = -4x + y \\ \dot{y} = -x - 2y \end{cases} \text{ avec } (x_0, y_0) = (1, 2)$$