1 Résolution explicite des systèmes dynamiques planaires (Matrices de Jordan)

Énoncé

On considère (S) le sytème d'équation différentielles linéaires suivant:

$$\begin{cases} \dot{x} = 3x - y \\ \dot{y} = -2x \end{cases}$$

(a) Mettre (S) sous forme matricielle: $\dot{X} = AX$, avec $\mathbf{X} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$.
(b) Rechercher le ou les point(s) d'équilibre de (S), et préciser nature et stabilité de chacun d'eux.
(c) mettre la matrice $\mathbf{A}$ (du système linéaire) sous forme de Jordan réelle. Donner la matrice de passage $\mathbf{P}$, et effectuer le changement de base. On mettra $\mathbf{p}$ sous la forme suivante $\mathbf{P} = \begin{pmatrix} & 1 \\ 2 & \end{pmatrix}$.
(d) Calculer l'exponentielle de tJ.
(e) en déduire l'exponentielle de tA.
(f) Donner la solution particulière de (S), pour le condition initiale $(x_0, y_0) = (1, 1)$.